Définition et notation

La **fonction exponentielle** est l'unique fonction exp définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\exp'(x) = \exp(x) \quad \text{et} \quad \exp(0) = 1.$$

On note aussi :

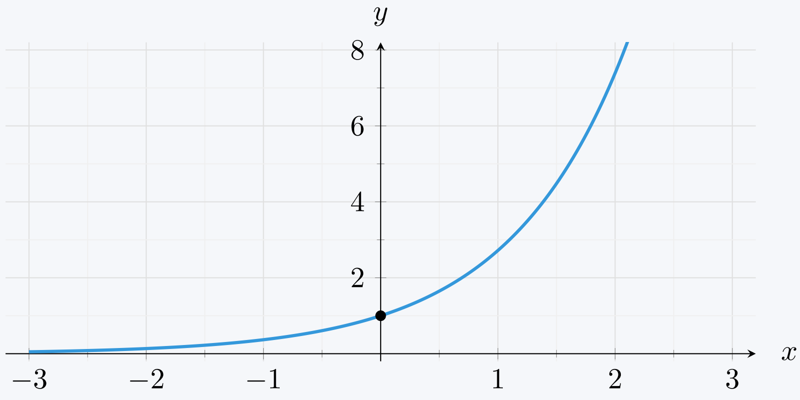
$$\exp(x) = e^x.$$

Le nombre e est défini par $e = \exp(1)$ (donc $e \approx 2{,}718$).

Propriétés algébriques

- $\exp(a+b) = \exp(a)\,\exp(b)$ ou $e^{a+b} = e^a e^b$
- $\exp(a-b) = \dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$ ou $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$
- $\exp(0) = 1$ ou $e^0 = 1$
- $\exp(-a) = \dfrac{1}{\exp(a)}$ ou $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$
- Pour $n \in \mathbb{Z}$: $\exp(na) = (\exp(a))^n$ ou $e^{na} = (e^a)^n$

Représentation graphique et limites



- La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \exp(x) = 0 \qquad \text{et} \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \exp(x) = +\infty.$

Résoudre des équations et inéquations exponentielles

- **Équation :** $e^x = e^y \iff x = y$ (car exp est injective / strictement croissante).
- **Exemple :** $e^{2x-1} = e^{x+3} \iff 2x-1 = x+3 \iff x = 4$.
- **Inéquations :**

$$e^x < e^y \iff x < y \qquad \text{et} \qquad e^x \leq e^y \iff x \leq y.$$

Dérivée de exp

Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\big(\exp(x)\big)' = \exp(x).$$

Autrement dit :

$$(e^x)' = e^x.$$

Dérivée de $\exp(u)$

Si u est dérivable, alors :

$$\big(\exp(u(x))\big)' = u'(x)\,\exp(u(x)).$$

Autrement dit :

$$(e^{u(x)})' = u'(x)\,e^{u(x)}.$$