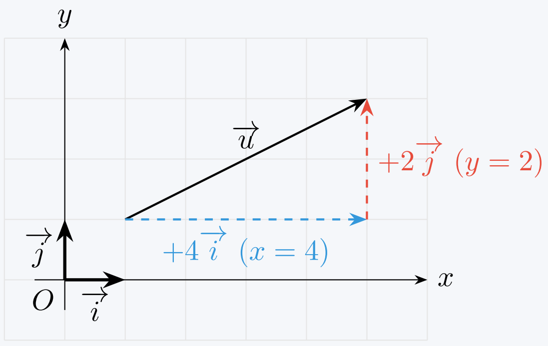
Lecture des coordonnées dans un repère

Un repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est défini par une origine O et deux vecteurs unitaires. Pour lire les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$: on compte "de combien d'unités de $\overrightarrow{i}$ et de $\overrightarrow{j}$" on se déplace.



Le vecteur s'écrit formellement : $\overrightarrow{u} = 4\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ ce qui se note en colonnes : $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Opérations sur les vecteurs

Soient $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$:

- **Addition :**

$$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

- **Multiplication par un scalaire k :**

$$k\,\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

- **Égalité de deux vecteurs** :

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{v} \iff x = x' \text{ et } y = y'$$

Formules essentielles du repère

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points :

- **Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:**

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

- **Coordonnées du Milieu M de [AB] :**

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

- **Norme $||\overrightarrow{AB}||$ (repère orthonormé) :**

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Colinéarité de deux vecteurs

Soient $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs. On dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** (même direction) si on a :

Méthode 1 : Proportionnalité :

$$\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v} \iff \begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \end{cases}$$

Méthode 2 : Déterminant nul :

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx' = 0$$

Utilité :

- **Droites parallèles** : $(AB)//(CD) \iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires.
- **Points alignés** : A, B, C alignés $\iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.